Übungen zur Vorlesung „Mathematik II für Studierende der Informatik (Analysis und Lineare Algebra)“

T. Andreae, R. Stanik, K. Taubert

SS 2007 **Blatt 8**

A: Präsenzaufgaben am 7.6.2007

1. Berechnen Sie das Doppelintegral $\iint_G xy\, d(x,y)$ über dem Dreieck G mit den Eckpunkten $(0,0)$, $(0,2)$ und $(1,0)$.

2. Bestimmen Sie die lokalen Minima und Maxima der Funktion $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, die durch $f(x,y,z) = x^2 + 3y^2 + z^2 - 2xy - z$ gegeben ist.

B: Übungsaufgaben zum 14.6.2007

1. a) Es sei $I = \{(x,y)\colon 1 \le x \le 2,\ -1 \le y \le 3\}$ und $f(x,y) = 2xy^2$. Berechnen Sie $\iint_I f(x,y)\, d(x,y)$ auf zwei Arten (siehe (6), S. 125).

   b) Man berechne $\iint_G f(x,y)\, d(x,y)$:

      (i) für $f(x,y) = x^2y$ und das Dreieck G mit den Eckpunkten $(0,0)$, $(0,3)$, $(1,0)$,

      (ii) für $f(x,y) = x^2y$ und das Dreieck G mit den Eckpunkten $(0,3)$, $(1,0)$, $(1,3)$.

2. Bestimmen Sie die stationären Stellen für die folgenden Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ und entscheiden Sie, ob lokale Minima oder Maxima vorliegen; an den stationären Stellen bestimme man auch die Funktionswerte.

   a) $f(x,y) = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 1$

   b) $f(x,y) = 2xy - x^2 - 2y^2 - 4x - 2y + 5$

   c) $f(x,y) = xy - x^2 + x + y + 2$

   d) $f(x,y) = x^3 + y^2 - 3xy$.

3. Bestimmen Sie die stationären Stellen für folgende Funktionen $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ und entscheiden Sie, ob lokale Minima oder Maxima vorliegen.

   a) $f(x,y,z) = 2xy - x^2 - 3y^2 - z^2 + x + 6z$

   b) $f(x,y,z) = \frac{1}{3}x^3 + 3y^2 + 2z^2 - 2yz - 4x + 2z$.

4. Bestimmen Sie die stationären Stellen der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^2 + 4y^2$ unter der Nebenbedingung $3x + 4y - 2 = 0$:

   a) mit Hilfe des Lagrange-Ansatzes (Lagrange-Funktion L aufstellen, partielle Abteilungen von L bilden, usw. (vergl. Skript S. 134),

   b) ohne Lagrangesche Multiplikatorenregel (vergl. Beispiel auf S. 136),

   c) Entscheiden Sie: Minimum, Maximum oder kein Extremum.