Übungen zur Vorlesung „Mathematik II für Studierende der Informatik (Analysis und Lineare Algebra)“

T. Andreae, R. Stanik, K. Taubert

SS 2007 **Blatt 9**

A: Präsenzaufgaben am 14. 6. 2007

Hinweis: In den Aufgaben 1 – 3 liegt der euklidische Vektorraum $\mathbb{R}^2$ bzw. $\mathbb{R}^3$ mit dem Standardskalarprodukt zugrunde.

1. Für die Vektoren $u, v, w \in \mathbb{R}^2$ mit $u = (3, 2)$, $v = (4, -1)$ und $w = (-4, 6)$:
   a) Berechnen Sie die Skalarprodukte $u \cdot v, u \cdot w$ und $v \cdot w$. Welche dieser Vektoren sind orthogonal zueinander?
   b) Berechnen Sie die Längen dieser Vektoren.
   c) Berechnen Sie den Winkel zwischen u und v.

2. a) Bestimmen Sie $z \in \mathbb{R}$ derart, dass die durch $a = (3, -1, 5)$ und $b = (2, -2, z)$ gegebenen Vektoren des $\mathbb{R}^3$ orthogonal zueinander sind.
   b) Für a wie oben: Finden Sie einen Vektor $c = (c_1, c_2, c_3)$, für den gilt: c ist ein Einheitsvektor und hat dieselbe Richtung wie a.

3. Berechnen Sie den Abstand der beiden Punkte $P_1 = (3, 2, 1)$ und $P_2 = (4, 3, 0)$.

B: Übungsaufgaben zum 21. 6. 2007

Bei den folgenden Aufgaben handelt es sich um **Wiederholungsaufgaben zur Klausurvorbereitung**. Deshalb gilt für Studierende der Wirtschaftsinformatik im Bachelorstudiengang: Wenn Sie diese Aufgaben bearbeiten möchten und fristgemäß abgeben, werden Ihre Lösungen wie gewohnt korrigiert. Sie können selbstverständlich auch an der Nachbesprechung teilnehmen. (**Hinweis**: Blatt 12 wird ebenfalls Aufgaben zur Klausurvorbereitung enthalten, die sowohl für Informatiker als auch für Wirtschaftsinformatiker von Interesse sind.)

1. Differenzieren Sie:
   a) $f(x) = e^{\cos(\sqrt{2x+1})}$, b) $g(x) = (2x+1)^{x+2}$.

2. Berechnen Sie:
   a) $\int \sin(\sqrt{5x+2})dx$, b) $\int \frac{1}{x^2+4}dx$.

3. a) Entscheiden Sie, ob Konvergenz oder Divergenz vorliegt und geben Sie (falls existent) den Grenzwert an bzw. eine (kurze) Begründung, weshalb Divergenz vorliegt:

$$\sum_{i=1}^{\infty}(-1)^{i+1}\left(\frac{5}{6}\right)^{i} \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^{\infty}(-1)^{i+1}\left(\frac{6}{5}\right)^{i}.$$

b) Berechnen Sie die Taylorpolynome $T_0(x), \ldots, T_4(x)$ für $f(x) = (1+x)^{-2}$ (an der Stelle $x_0 = 0$).

4. a) Man berechne $\int\int_G xy\, d(x,y)$ für das Dreieck G mit den Eckpunkten $(-2,0)$, $(0,1)$ und $(-2,1)$.

b) Bestimmen Sie die stationären Stellen für die folgende Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ und entscheiden Sie, ob lokale Minima oder Maxima vorliegen; an den stationären Stellen bestimme man auch die Funktionswerte:

$$f(x,y) = 2xy + 3x^2 - x + 3y + 1.$$