

Übungen zur Vorlesung "Diskrete Mathematik" für Studierende der Informatikstudiengänge

T. Andreae, A. Blunck, H. Kiechle, M. Kriesell, P. Reuter.

WS 05/06

Blatt 13

Hinweis: In allen Aufgaben dieses Übungsblatts liege der Körper \mathbb{R} zugrunde.

A: Präsenzaufgaben am 02.02.2006

1. Man bestimme den Rang der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 5 \\ 7 & 1 & 17 \end{pmatrix}.$$

Sind die Spalten von A linear abhängig oder unabhängig? Sind die Zeilen von A linear abhängig oder unabhängig? Ist die zu A gehörige lineare Abbildung $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ surjektiv? Ist diese Abbildung injektiv? Ist A invertierbar?

2. Man berechne - wenn möglich - die inverse Matrix der folgenden Matrix:

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Für $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$ und $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$:

Ist es möglich durch elementare Umformungen A_1 in A_2 zu überführen?

B: Übungsaufgaben zum 09.02.2006

1. Man berechne den Rang der folgenden Matrix:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & 10 & 9 & 11 \end{pmatrix}.$$

2. Man invertiere die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & -1 & 5 \\ -1 & -4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Man überprüfe die folgenden linearen Gleichungssysteme $Ax = b$ auf Lösbarkeit und eindeutige Lösbarkeit, und zwar verwende man die Feststellungen 3 und 4 (S. 408 und 410):

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \text{b) } A &= \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \text{c) } A &= \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

4. Für das folgende lineare Gleichungssystem stelle man zunächst die zugehörige erweiterte Matrix auf und löse das Gleichungssystem anschließend mit dem Gaußschen Algorithmus:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 &= 9 \\ 3x_1 + 5x_2 - x_3 + 4x_4 &= 13 \\ 3x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 7x_4 &= 7. \end{aligned}$$

C: Präsenzaufgaben am 09.02.2006

1. Bestimme mit dem Gaußschen Algorithmus die Lösungsmenge von

$$Ax = b \text{ für } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und}$$

- a) $b = (4, 1, 1, 6)$
 b) $b = (4, 3, 5, 6)$.

2. Ebenso wie 1. für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & -4 & 1 \\ 3 & 5 & -1 & 3 \\ -2 & -5 & -16 & -7 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = (2, 9, 11, 1).$$