

# Übungen zur Vorlesung "Diskrete Mathematik" für Studierende der Informatikstudiengänge

T. Andreae, A. Blunck, H. Kiechle, M. Kriesell, P. Reuter.

WS 05/06

Blatt 2

## A: Präsenzaufgaben am 03.11.2005

1. Man ergänze folgenden Lückentext zur vollständigen Induktion:

Behauptung:  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ .

Beweis: I. .... : Die Behauptung ist richtig für  $n = \dots$ , da .....gilt.

II. Induktionsschritt: Wir setzen voraus, dass ..... gilt und zeigen  $1 + 3 + \dots + (2(n + 1) - 1) = \dots$

Es ist  $1 + 3 + \dots + (2(n + 1) - 1) = 1 + 3 + \dots + (2n - 1) + (2n + 1) = \dots + 2n + 1 = \dots$ , was zu zeigen war.

2. Man beweise durch vollständige Induktion,

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}. \quad (1)$$

3. Wahr oder falsch (mit kurzer Begründung):

- a)  $27 \equiv 12 \pmod{5}$   
b)  $27 \equiv -12 \pmod{5}$ .

## B: Übungsaufgaben zum 10.11.2005

1. a) Man beweise durch vollständige Induktion, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2. \quad (2)$$

b) die Fibonacci Zahlen seien definiert durch

$$f_1 = f_2 = 1, f_n = f_{n-1} + f_{n-2} (n \geq 3).$$

Man zeige durch vollständige Induktion, dass für alle  $n \geq 1$  gilt

$$\sum_{i=1}^n f_{2i-1} = f_{2n}. \quad (3)$$

2. a) Wahr oder falsch (mit kurzer Begründung):

$$89 \equiv 16 \pmod{5}, 89 \equiv -16 \pmod{5}, -108 \equiv 11 \pmod{17}, -99 \equiv -1 \pmod{4}.$$

b) Man bestimme  $ggT(768, 216)$  mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus.

c) Man berechne

$$\lceil \sqrt{5} \rceil, \lfloor \sqrt{5} \rfloor, \lceil 7 \rceil, \lfloor 7 \rfloor, \lceil -2, 3 \rceil, \lfloor -2, 3 \rfloor.$$

3. Man beweise die Regeln (2), (3) und (4) (Skript S. 26).

4. Die Funktion  $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  sei gegeben durch  $f(n, m) = (3n - m, n + m)$ .

a) Man zeige, dass  $f$  injektiv ist.

b) Man zeige, dass  $f$  nicht surjektiv ist.