Übungen zur Vorlesung "Diskrete Mathematik“ für Studierende der Informatikstudiengänge

T. Andreae, A. Blunck, H. Kiechle, M. Kriesell, P. Reuter.

WS 05/06 **Blatt 4**

A: Präsenzaufgaben am 17.11.2005

1. Es sei $M = \mathcal{P}(\{a, b, c\})$. Man zeichne für die Teilmengenbeziehung $\subseteq$ als Ordnungsrelation auf M das zugehörige Hasse - Diagramm.

2. Man gebe eine Relation auf $\{a, b, c\}$ an, die symmetrisch und transitiv , aber nicht reflexiv ist.

3. Wahr oder falsch:

   a) Es gibt Relationen, die symmetrisch und antisymmetrisch sind.

   b) Die Menge $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ ist abzählbar.

B: Übungsaufgaben zum 24.11.2005

1. a) Auf der Menge $\mathbb{Z}\backslash\{0\}$ sei eine Relation S erklärt durch $(x, y) \in S \Leftrightarrow xy > 0$. Ist S eine Äquivalenzrelation?

   b) Auf der Menge $\mathbb{Z}$ sei eine Relation S' erklärt durch $(x, y) \in S' \Leftrightarrow xy \geq 0$. Ist S' eine Äquivalenzrelation?

2. Sei $A = \{a, b, c, d\}$. Man gebe - wenn möglich - eine (möglichst einfache) Relation $R \neq \emptyset$ auf A an, die

   a) reflexiv, nicht symmetrisch und transitiv

   b) nicht reflexiv, symmetrisch und nicht transitiv

   c) reflexiv, symmetrisch und nicht transitiv

   d) nicht reflexiv, nicht symmetrisch und nicht transitiv

   e) Äquivalenzrelation und Ordnungsrelation ist.

   (Ohne Beweise)

3. a) Es sei $A = \{a, b, c, d\}$. Man gebe Relationen R, S auf A an, für die gilt: R ist eine Äquivalenzrelation mit höchstens 3 Äquivalenzklassen; S ist eine antisymmetrische Relation mit $| S |= 9; R \cap S$ ist sowohl Äquivalenz- als auch Ordnungsrelation.

b) Es sei $A = \{a, b, c, d, e\}$; die Relation R auf A sei gegeben durch $R = \{(a, b), (b, c), (c, d), (e, c)\}$.
Man gebe die transitive Hülle R^+ und die reflexive, transitive Hülle R^* von R an.

(Ohne Beweise)

4. Es sei $A = \{2, 3, 12, 15, 18, 54, 75, 150, 900\}$ und $\leq$ sei die Teilbarkeitsrelation auf A .

   a) Man stelle die partielle Ordnung $(A, \leq)$ durch ein Hasse - Diagramm dar.

   b) Welches sind die maximalen und welches die minimalen Elemente dieser partiellen Ordnung? Gibt es ein Maximum oder ein Minimum von $(A, \leq)$? [1)]

   c) Man gebe für die partielle Ordnung $(A, \leq)$ die oberen und unteren Schranken folgender Mengen an: $B_1 = \{2, 15, 75\}$ und $B_2 = \{12, 18, 75\}$. Welche dieser Mengen besitzt in $(A, \leq)$ ein Supremum (Infimum)? [1)]

[1)] Falls die Objekte, nach denen gefragt wird, nicht existieren, so begründe man mit einer *kurzen Erläuterung*, wieso dies der Fall ist.