

# Übungen zur Vorlesung „Diskrete Mathematik“ für Studierende der Informatikstudiengänge

T. Andreae, H. J. Bandelt, H. Strade

WS 06/07

Blatt 2

## A: Präsenzaufgaben am 02.11.2006

1. Man ergänze folgenden Lückentext zur vollständigen Induktion:

Behauptung:  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ .

Beweis:

I. .... : Die Behauptung ist richtig für  
 $n = \dots$ , da ..... gilt.

II. Induktionsschritt: Wir setzen voraus, dass..... gilt  
und zeigen  $1 + 3 + \dots + (2(n + 1) - 1) = \dots$

Es ist  $1 + 3 + \dots + (2(n + 1) - 1) = 1 + 3 + \dots + (2n - 1) + (2n + 1) = \dots$   
 $+ 2n + 1 = \dots$ , was zu zeigen war.

2. Man beweise durch vollständige Induktion:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

3. Wahr oder falsch (mit kurzer Begründung):

- a)  $38 \equiv 13 \pmod{5}$   
b)  $38 \equiv -13 \pmod{5}$ .

## B: Übungsaufgaben zum 09.11.2006

1. a) Man beweise durch vollständige Induktion, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2.$$

- b) Die Fibonacci Zahlen seien definiert durch

$$f_1 = f_2 = 1, f_n = f_{n-1} + f_{n-2} (n \geq 3).$$

Man zeige durch vollständige Induktion, dass für alle  $n \geq 1$  gilt

$$\sum_{i=1}^n f_{2i-1} = f_{2n}.$$

2. a) Wahr oder falsch (mit kurzer Begründung):  
 $89 \equiv 16 \pmod{5}$ ,  $89 \equiv -16 \pmod{5}$ ,  
 $-108 \equiv 11 \pmod{17}$ ,  $-99 \equiv -1 \pmod{4}$ .
- b) Man bestimme  $ggT(768, 216)$  mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus.
- c) Man berechne  
 $\lceil \sqrt{5} \rceil, \lfloor \sqrt{5} \rfloor, \lceil 7 \rceil, \lfloor 7 \rfloor, \lceil -2, 3 \rceil, \lfloor -2, 3 \rfloor$ .
3. Man beweise die Regeln (2), (3), und (4) (Skript S. 26).
4. Die Funktion  $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  sei gegeben durch  $f(n, m) = (3n - m, n + m)$ .
- a) Man zeige, dass  $f$  injektiv ist.
- b) Man zeige, dass  $f$  nicht surjektiv ist.